



TITLE:

対流雲の表面の凹凸に見られる波動現象(流体における波動現象の数理とその応用)

AUTHOR(S):

高谷, 美正

CITATION:

高谷, 美正. 対流雲の表面の凹凸に見られる波動現象(流体における波動現象の数理とその応用). 数理解析研究所講究録 1993, 830: 127-136

ISSUE DATE:

1993-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/83350>

RIGHT:

対流雲の表面の 凹凸に見られる波動現象

気象庁図書資料管理室 高谷美正 (Yoshimasa Takaya)

1. はじめに

最初に雲は流体かという問題を考えて見る。雲の内部では水や氷の粒の離散的な成分が、流体である空気や水蒸気とともに運動をしている。落下して雨とならない程度の水滴の平均的な半径は、数 μm から数十 μm である。このような水滴が、まわりの空気の運動に追従するのに要する時間は、ストークスの法則を用いると $1/1000 \sim 1/100$ 秒であるから、十分空気と一緒に動いていると考えてよい。本研究では、水滴と降水となるほどの大きな水滴を含まない雲に対象を限定して考えるので、空気、水蒸気、水滴量の3流体の混合系を考えることになる。次に対流雲というのは、下層で暖められた空気塊が軽くなり浮力を受けて上昇し、やがてその中の水蒸気が凝結して水滴となって発生する団塊状の雲で、積雲や積乱雲などがこれに相当する。これらの対流雲の表面によく見られる

特徴的な凹凸の発生のメカニズムを、単に乱流として統計的に理解するのではなく、力学的に、つまりどのような力のもとでどのような時間発展をするものであるかという立場で理解する事を試みる。

2. 不安定成層

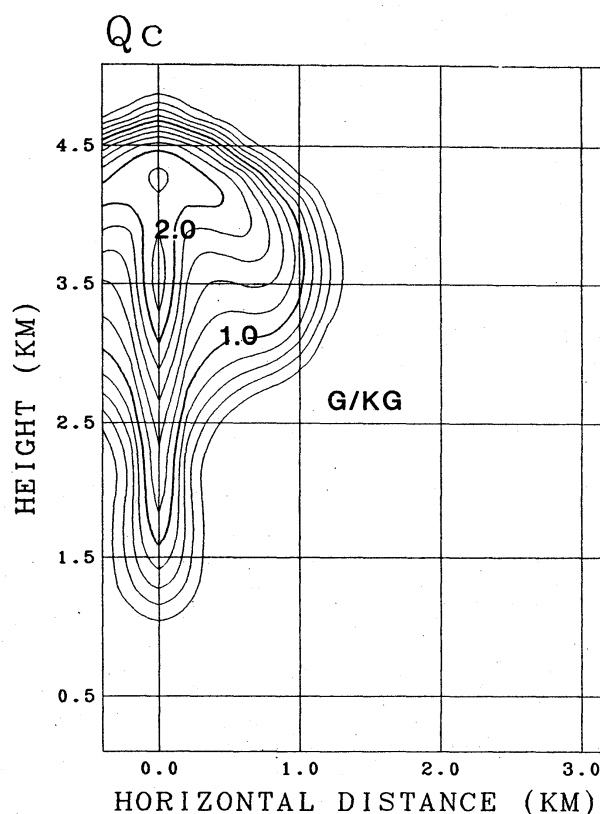
現実の地球大気は高いほど気温と気圧が低くなるが同時に密度も上の方が小さくなっている。もしも上の方が密度が大きいとするとその大気は不安定であり、上下の転倒が起きることになる。しかし上の方が密度が小さく静止している成層大気でも、密度の小さくなっていく割合によっては、力学的に不安定な場合がある。下層の空気塊を断熱的に上昇させやると、圧力は瞬間的に釣り合うので、この空気塊は断熱膨張して温度が下がる（水蒸気を含まないと大体100m上昇する毎に 0.9°C 下がる）。その高さでのまわりの温度と空気塊のそれとを比較して、空気塊の方が高ければ更に上昇することになる。この時の成層を不安定成層という。実際の大気には水蒸気が含まれており、空気塊の水蒸気がほとんど飽和していれば、この温度の下がる割合は大体 $0.4^{\circ}\text{C}/100\text{m}$ ほどと小さくなる。水蒸気が凝結して熱を出すからである。例えばある時の大気が100mの高度差で 0.7°C 下がるような成層状態だったとすると、乾燥大気なら安定、飽和に近い水蒸気を含んで

いれば不安定ということになる。

3. 雲の中での不安定理論

前節で考えた大気の成層状態は水平である。ところで第1図は、数値実験によってつ

くった雲の、水滴の量の等値線であるが、雲の境界に沿ってほぼ同心円状に曲線は並んでいる。このように雲の中では、気温、水蒸気量、水滴の量は、一般に雲の境界にほぼ平行な等値線を持って分布している。つまり一般に水平から傾いているので、静力学的に安定な状態ではありえず、風が



第1図

吹いており、シアが存在する。そのような状況での線形的不安定理論を次に考える。

雲の中では複雑な流れがあり、又気温や水蒸気、水滴も複雑に分布し、更に刻々変化している。しかし空間的にあるスケールで平均した値は、そのスケールに応じた時間だけ準定常性を持つことが予想される。そこで、ある瞬間の雲の中を

一辺が200-300mの立方体で仕切ってその中の物理量の平均値を \bar{V} , $\bar{\Theta}$, \bar{Q}_v , \bar{Q}_c (速度, 温位, 水蒸気量, 水滴の量) とする. 又この立方体におけるこれらの量の勾配が必要な時は, 両隣の立方体の間で差を取って求める. これらをそれぞれ

$$\tau_{ij}, \text{grad} \bar{\Theta}, \text{grad} \bar{Q}_v, \text{grad} \bar{Q}_c$$

とする. ここに τ_{ij} はシアテンソルである. これらの量は数十秒の間は立方体内で定数と仮定して良いであろう.

支配方程式は, 変数 V , Θ , Q_v , Q_c に対する, 運動方程式, 質量保存則, 熱力学第1法則, 凝結(蒸発)の式である. 次に, これらを基本場(速度場は平均速度とシアによる変化分の和)と摂動場に分けてやり, 実際の大気を持つ値などを考慮して, 適当な近似をする.

更に方程式系を基本場の速度と共に動く座標に変換してやる. 平均速度に比較して, 立方体内でのシアによる変化分は小さいと仮定すれば, これらの方程式は定数係数の方程式となり, 平面波の解が選べる. この方程式の時間変化を指数関数 $\exp(\sigma t)$ で表すことにすると, この σ に対する固有値方程式が導かれる. 次に問題を簡単化するために, 平均場は2次元のとする. これはスラブ状の雲を仮定したことになる. そうすると固有値方程式は σ について3次方程式になる. 更に

ある種の近似をすれば σ について 2 次方程式となつて簡単になる。この解の形がもとの 3 次方程式の良い近似であることは実際の数値を使って確かめることが出来る (Takaya 1989)。

4. 不安定解の解釈

ある斜めに傾いた成層の中を、流体の小部分がまわりと瞬間的に圧力のバランスをとりながら移動したとする。そうするとこの小部分は凝結或いは蒸発という相変化によって熱を発生あるいは吸収させながら移動する。その結果、移動した先の空気と比べて密度差を生ずる。空気塊の密度が小さければ浮力を受ける。逆に大きければ沈む力を受ける。この密度差は、傾いた成層に対して相対的にどれだけの角度とどれだけの距離を移動したかによって異なる。水滴の量、温位、水蒸気量の勾配にある係数を掛けて 1 次結合を取ったベクトル B が定義される (第 2 図)。空気塊がこの向きに進めば最も大きい浮力を得

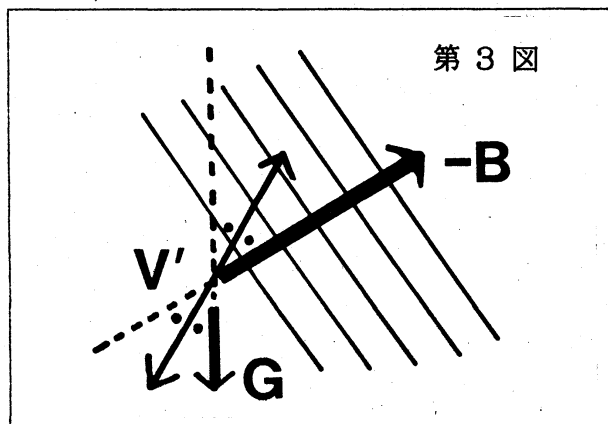
ることが出来る。しかしこの小部分に働いている浮力は鉛直上向きである。理論は摂動場によ

第 2 図

$$B = - \left(\frac{1 + \frac{m_d L_v Q_{ws}}{m_v R_v T}}{1 + \frac{L_v^2 Q_{ws}}{C_{pd} R_v T^2}} \right) \frac{1}{\theta} \nabla \theta + \nabla Q_c$$

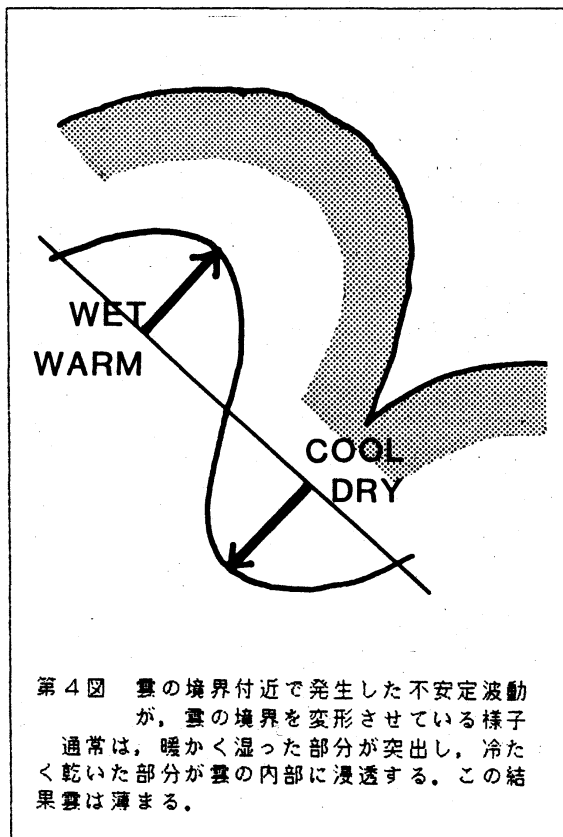
$$- \left(\frac{\frac{L_v}{C_{pd} T} - \frac{m_d}{m_v}}{1 + \frac{L_v^2 Q_{ws}}{C_{pd} R_v T^2}} + \frac{m_d}{m_v} - 1 \right) \nabla Q_v$$

る速度ベクトルの向きが、
この二つのベクトルの丁度
中間の場合に、最大の発達
率を与える（第3図）。雲
の境界付近でこの不安定波
が励起されれば、それは雲

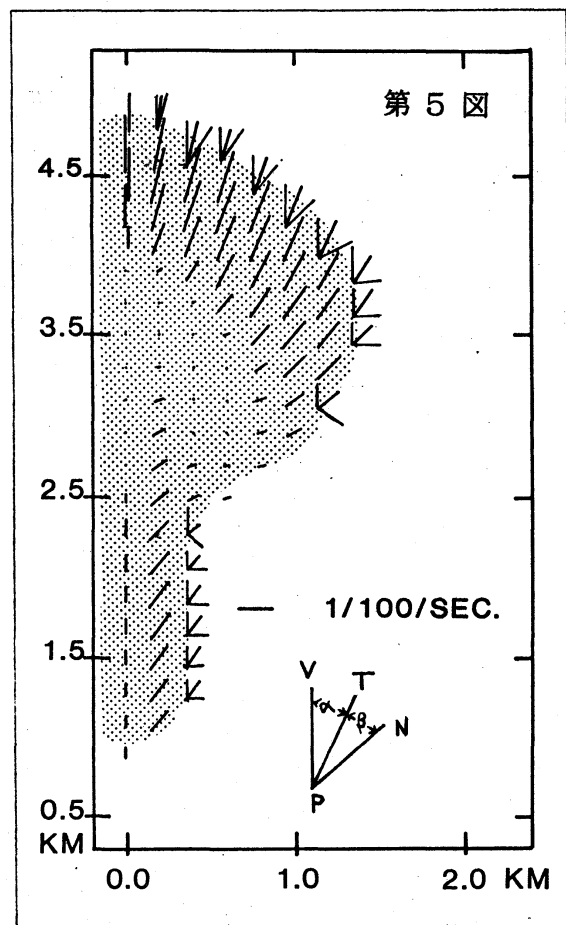


の表面の凹凸を形成すると考えられる（第4図）。つまり

の凹凸は、雲それ自身と基
本的には同じメカニズムで出



出来ているのである。数値実
験で作った雲に対して各格子
点（間隔 200m）毎に、最も不安

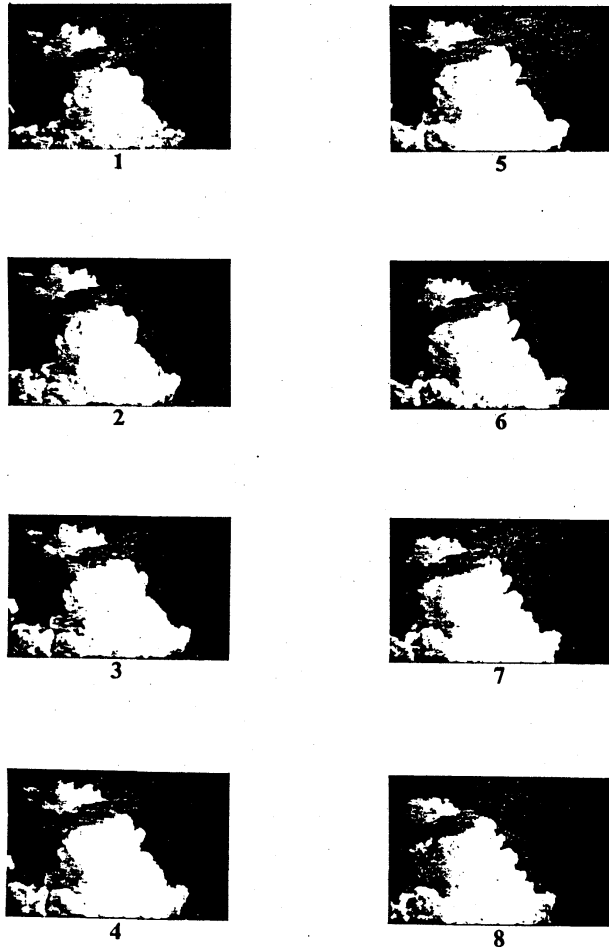


定なモードの発達率（長さ）とそのモードでの速度ベクトルの方向を示したのが第5図である。この雲は前に述べた平均場をあらわしていると解釈する（つまりこの数値実験は直接に凹凸を作るものではない）。これによれば、発達率は雲頂付近で最大で、 0.01sec^{-1} のオーダーである。しかし雲の中央部では一桁小さい。又雲の境界付近の最も不安定なモードでの速度の向きは、雲の境界に立てた法線（PN）と鉛直（PV）の2等分線でほぼよいことが分かる。つまり観測では分からない雲の内部の温度成層や水蒸気の成層を知らなくても、ベクトルBの向きは雲の表面に立てた法線で近似出来るということである。この結果は観測と理論の比較を行う上で重要である。この不安定理論ではシアの効果は波動（凹凸）の変形に現れ、この変形を観測すれば逆にシアを推定する事が出来る。

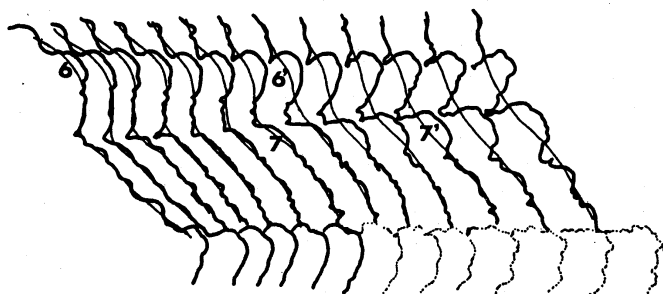
5. 観測と理論の比較

先ず研究の対象とした雲の時間変化の例を第6図に示（14秒おき）す。右側に規則的な波動状のパターンが徐々にあらわれる。雲の各突起の向きと、この凸凹をならして平均した境界との相対的な角度を調べて、理論と観測との比較を行う。その際、理論が線形であることと、平均場の変化、シアによる凹凸の変形を考えると、突起が発生してからあまり時間が経たない間の変化のみを見る必要がある。又、調べる突起は

雲の輪郭上に見られるものだけに限定し、突起の向きは視線方向に直角と仮定する。本研究では3例の雲の輪郭の時系列を調べた。1例を図示する（第7図）。これは第6図の雲の右側の輪郭の時系列である。平均的な雲の輪郭をフリーハンドで引き、調べようと思う突起が現れ始めた所に番号を振る。そして20-30秒経って成長の方向がはっきりしたところで、同じ番号に'を付ける。突起9個について個々に解析を行ったのが第8図



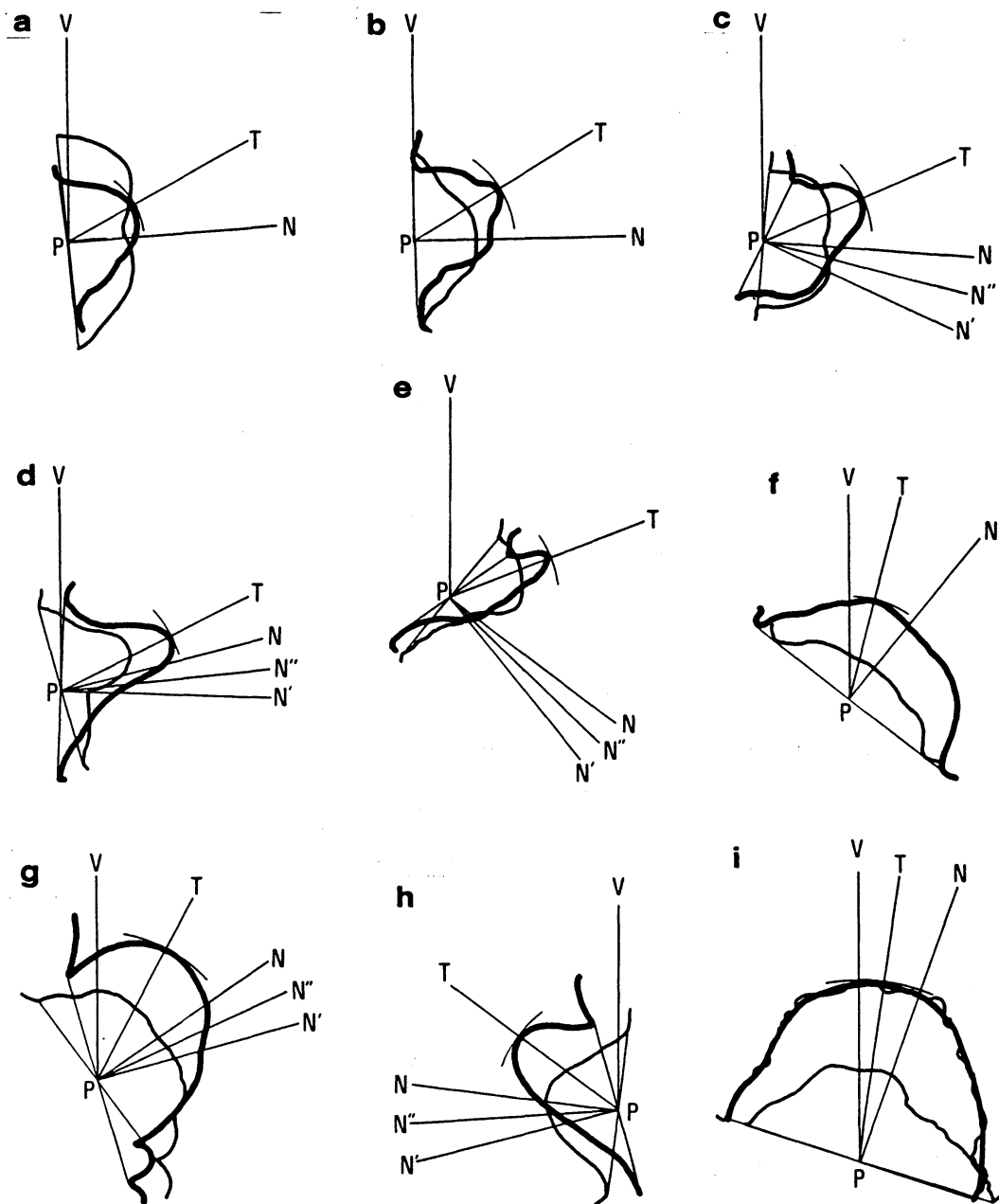
第6図



第7図

と第1表である。理論と観測は平均的な意味で合っているといっている。

(Takaya 1993)



第8図 9つの突起に対する解析図

図中の細線と太線のカーブは、それぞれ突起が見え始めた時の輪郭と、十分発達してからの輪郭。突起の場所での平均した輪郭は、各突起の根本の2点を結んだ直線によって定義した。この直線の中点をPとして、この直線に立てた法線をPNとした。この向きはベクトルBの向きと想定される。突起が見え始めた時の向きと発達してからの向きが異なる場合は、平均した輪郭を書き直して法線PN'を引いた。PNとPN'の中線をPN''とし、この間の平均的なBの向きと仮定する。PVは垂線である。突起の向きは、点Pから同心円を描き、発達した輪郭に接した時の接点とPを結んだ直線によって定義した。角VPTを α 、角TPN''を β とした。理論が正しければ $\alpha = \beta$ である。f, gは第7図の突起7と6の解析図である。

TABLE 1. Summary of the analysis.

Turret	α (deg)	β (deg)	$2\alpha/(\alpha + \beta)$	$2\beta/(\alpha + \beta)$
1	59	26	1.39	0.61
2	58	31	1.30	0.70
3	67	39	1.26	0.74
4	63	21	1.50	0.50
5	68	68	1.00	1.00
6	14	24	0.74	1.26
7	27	37	0.84	1.16
8	53	41	1.13	0.87
9	8	11	0.84	1.16
Average	*	*	1.11	0.89

With standard deviation 0.26.

6. まとめ

空気，水蒸気，水滴の三成分からなる混合流体である対流雲において，雲それ自身を作る不安定成層を一般化した，斜めに傾いた不安定成層が雲の中にある．雲の表面に出来る凹凸は，この成層の中で発生した不安定波動によって出来るという理論によって，雲の平均的な表面に対して，凹凸の向きが予言される．観測との比較は，9つの突起について平均するとほぼ予言どうりの結果となる．

参考文献

Takaya Y., 1989: Local Instability Theory in Convective Cloud. *Papers in Meteor. and Geophys.* 40, 139-166.

Takaya Y., 1993: The Motion for the Uneven Structure of Convective Clouds. *J. Atmos. Sci.*, To be Published.